

# AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI

*Əlyazması hüququnda*

## **Lİ CƏBROİD VƏ QRUPPOİDLƏRİ VƏ QEYRİ SƏLİS MODULLAR KATEQORİYASINDA FUNKTORLARIN XASSƏLƏRİ**

İxtisas: 1210.01 – Topologiya

Elm sahəsi: Riyaziyyat

İddiaçı: **Səbuhi Eldar oğlu Abdullayev**

Fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi  
almaq üçün təqdim edilmiş dissertasiyanın

### **AVTOREFERATI**

**Bakı - 2021**

Dissertasiya işi Bakı Dövlət Universitetinin “Cəbr və həndəsə” kafedrasında yerinə yetirilmişdir.

Elmi rəhbərlər: r.e.d., professor **Sədi Andəm oğlu Bayramov**  
f.-r.e.n., dosent **Vaqif Əli-Muxtar oğlu Qasimov**

Rəsmi opponentlər:

riyaziyyat üzrə elmləri doktoru, professor  
**Anar Adıgözəl oğlu Dosiev**

riyaziyyat üzrə elmlər doktoru, professor  
**Hüseyn Çakallı**

riyaziyyat üzrə elmlər doktoru, professor  
**Ahu Açıkgöz**

Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında Ali Attestasiya Komissiyasının Bakı Dövlət Universitetinin nəzdində fəaliyyət göstərən BFD 2.17 Birdəfəlik Dissertasiya şurası

Birdəfəlik Dissertasiya şurasının sədri:

AMEA-nın həqiqi üzvü, f.-r.e.d., professor  
\_\_\_\_\_ **Məhəmməd Fərman oğlu Mehdiyev**

Birdəfəlik Dissertasiya şurasının elmi katibi: mex. üzrə e.d., dosent

\_\_\_\_\_ **Laura Faiq qızı Fətullayeva**

Elmi seminarın sədri:

AMEA-nın həqiqi üzvü, f.-r.e.d., prof.  
\_\_\_\_\_ **Yusif Əbülfət oğlu Məmmədov**

## İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

**Mövzunun aktuallığı və işlənmə dərəcəsi.** Dissertasiya işi Li cəbroid və qruppoidləri və qeyri səlis modullar kateqoriyasında funktorların xassələrinin tədqiqinə həsr olunub.

Bir çox tətbiqi məsələlərin həll edilməsində riyaziyyatın klassik üsulları kifayət etmir. Buna görə də belə məsələlərin həlli ilə əlaqədar olaraq müxtəlif qeyri ənənəvi nəzəriyyələr qurulmuşdur. İlk qeyri-ənənəvi nəzəriyyə qeyri səlis çoxluqlar nəzəriyyəsi, ictimai məsələlərlə və kompüter proqramlaşdırması ilə əlaqədar olaraq 1965-ci ildə Lütfi Zadə tərəfindən yaradılmışdır. Bu nəzəriyyə bir tərəfdən çox qiymətli riyazi məntiqin əsasını qoymuş, digər tərəfdən isə kompyuter texnologiyaların inkişafı üçün geniş üfiqlər açmışdır. Lütfi Zadənin bu işinə dayanaraq daha sonra intuitiv qeyri-səlis çoxluqlar, kobud (rough) çoxluqlar, yumşaq (soft) çoxluqlar nəzəriyyələri qurulmuşdur və bu nəzəriyyələri məntiq proqramlaşdırmasında, tibbi diaqnostikada, qərarların qəbul edilməsində geniş tətbiq olunmağa başlamışdır. Qeyri-səlis çoxluqlar nəzəriyyəsi demək olar ki, riyaziyyatın bütün sahələrində tətbiq edilir: topologiya, cəbr, həndəsə, funksional analiz və s..

Dissertasiya işi əsasən Lütfi Zadənin əsasını qoyduğu qeyri səlis məntiq nəzəriyyəsinə və onun praktikada tətbiqində yaranan problemlərə həsr edilib. 1969-cu ildən başlayaraq Chang.C.L tərəfindən qeyri səlis çoxluqlar nəzəriyyəsi topologiyada tədqiq olunmağa başladı və demək olar ki, riyaziyyatın bütün sahələrinə nüfuz etdi. Ən çox topologiya və cəbrdə bu nəzəriyyələr tətbiq olunaraq riyaziyyatda yeni qeyri səlis topoloji və qeyri səlis cəbr sahələri yaranmışdır. Bu vaxta kimi qeyri səlis topologiyada bir çox araşdırmalar aparılmışdır və əsasən ümumi topologiya sahəsində, ancaq topologiyanın belə mühim sahəsi olan cəbri topologiyada demək olar ki, araşdırmalar aparılmamışdır. Eyni şəkildə qeyri səlis cəbrdə də homoloji cəbri üsulları az tətqiq olunmuşdur. Bunu əsas səbəbi qeyri səlis modulların homoloji nəzəriyyəsinin qurula bilməməsidir. Dissertasiya işi həll edilməmiş məsələlər araşdırılır buna görə dissertasiya isinin mövzusu aktualdır və gələcək tədqiqat işlərinə imkanlar yaradır.

1969-cu ildə ilk dəfə qeyri - səliss çoxluqlar topologiyada Chang tərəfindən tətbiq olunmuşdur. Bundan sonra bir çox alimlər Bayramov S.A., Li S.G., Zahedi M.M. ümumi topologiyanın nəticələrini qeyri-səliss topoloji fəzalara köçürülməsi ilə məşğul olmuşdular. Bu nəticələr Ying-Mingin kitabında öz əksini tapmışdır. Cəbrdə qeyri-səliss çoxluğu 1971 – ci ildə Rozenfeld tətbiq etmişdir, daha sonra qeyri - səliss halqa, modul, Li cəbri və digər strukturlara daxil edilmiş və burada çox tətqiqatlar aparılmışdır. Zahedi, Ameri məqaləsində ilk dəfə homoloji cəbrin üsulları qeyri-səliss çoxluqlarda tətbiq edilmişdir. Qeyri-səliss çoxluqların ümüniləşməsini intuitiv qeyri - səliss çoxluqlar Atanasov daxil etmişdir. İntuitiv qeyri-səliss çoxluqların ümüniləşməsi olaraq neytrosifik çoxluqları F.Smarandache öz məqaləsində vermişdir. Böyük tətbiqi olan soft çoxluqlar nəzəriyyəsinə 1999-cu ildə Molotov qurmuşdur. Bu çoxluqların tətqiqində Maji və Royun böyük xidmətləri olmuşdur . Daha sonra qeyri - səliss və soft strukturları birləşdirərək qeyri-səliss soft çoxluqlar qurulmuşdur .

Soft çoxluqların cəbrdə tətbiqi 2007-ci ildə N.Çağman tərəfindən başlamışdır. Burada soft qruplar, soft halqalar, soft modullar verilmiş və bu strukturların bəzi xassələri öyrənilmişdir . Cəbrdə qeyri-səliss intuitiv soft modullar Gunduz Aras C., Bayramov S.A. tərəfindən daxil edilmişdir. Burada ən böyük problem homotopiyanın verilməsi ilə bağlıdır. Saleh məqalələrində homotopiya ilə bağlı tətqiqat aparmışdır. Qeyri-səliss topoloji fəzaların homoloji qrupu qurulmuşdur. Ancaq burada verilən homotopiya ekvivalentlik münasibəti deyil. Soft topoloji fəzalarda sinqulyar homoloji nəzəriyyə tamamilə qurulmuşdur.

Topologiyada isə soft çoxluqlar 2011 – ci ildə tətqiq edilmişdir. Bundan sonra bu sahədə soft topologiyası ilə bağlı bir çox tətqiqatlar aparılmışdır. Qeyd edək ki, qeyri-səliss çoxluqlarda əsasən ümumi topologiyaya aid nəticələr əldə edilmişdir. Ancaq cəbri topologiyanın üsulları kimi güclü aparata bu tətqiqatlarda geniş yer verilməmişdir.

Digər tərəfdən hər bir yeni kateqoriya qurulduqda, bu kateqoriyaların cəbri əməllərə nəzərən qapalılıq problemi ortaya çıxır. Düz və tərs limitlər bütün cəbri əməlləri özlərində saxladığına görə , bu kateqoriyalarda qapanma problemini, düz və tərs limitlərin

varlığını göstərməklə həll etmək olar. Belə limitlərin varlığına bir çox alimlərin işləri həsr olunub. Məsələn üçün S.H. Linin işi qeyri səlissə topoloji fəzalar, H-modullar kateqoriyasında M.Gadiri, B.Davvazın işi, SHR yarımqrup kateqoriyalarında tərs limitin varlığını araşdırmışdı V.Leoreanunun işləri həsr edilmişdir .

Yuxarıda göstərdiyimiz problemlərin bəzilərinin həllərinə bu dissertasiya işi həsr edilib.

**Tədqiqatın məqsəd və vəzifələri.** Dissertasiya işi qurulmuş yeni kateqoriyalarda düz və tərs limitlər vasitəsilə cəbri əməllərə nəzərən qapalılıq probleminin həll olunmasına və funktorların xassələrinin öyrənilməsinə və cəbri topologiyanın üsullarının tətbiqinə həsr olunmuşdur.

**Tədqiqat metodları.** Baxılan tədqiqat işində tərs, düz limitlər və qapalılıq metodundan istifadə edilmişdir.

**Müdafiəyə çıxarılan əsas müddəalar.**

- Soft modullar kateqoriyasında tenzor hasilinin törəmə funktoru daxil edilərək, universal əmsallar haqqında teoremlər isbat edilməsi.

- Qeyri səlissə modullar kateqoriyasında və neytrəsofik soft modullar kateqoriyasında ilk olaraq homoloji modulların dəqiq ardıcılığı qurulmuş, daha sonra universal əmsallar haqqında teoremlər isbat edilməsi.

- Cəbri topologiyanın riyaziyyatda mühüm rolunu nəzərə alaraq, soft homoloji qruplar qurulur və burada homoloji nəzəriyyənin aksiomlarının ödəndiyi isbat edilməsi.

- Hər bir kateqoriyada cəbri əməllərə görə qapalı olma problemi ortaya çıxır, bunu nəzərə alaraq tərs və düz limitlər bütün cəbri əməlləri özündə saxladığı üçün, hər bir kateqoriyada bu limitlərin varlığı mühüm rol oynayır. Buna görə də soft modulların, intuitiv soft modulların, neytrəsofik soft modulların kateqoriyalarında tərs və düz limitin varlıqları göstərilməsi. Əlavə olaraq tərs limitin törəmə funktoru ilə bağlı dəqiq ardıcılığın qurulması.

- Neytrəsofik Li, neytrəsofik soft Li cəbrləri qurularaq, onların əsas xassələri araşdırılması.

**Tədqiqatın elmi yeniliyi.** Dissertasiya işində aşağıdakı elmi yeniliklər alınmışdır:

- Soft modullar kateqoriyasında tenzor hasilinin törəmə funktoru daxil edilərək, universal əmsallar haqqında teoremlər isbat edilmişdir.

- Qeyri səliss modullar kateqoriyasında və neyrosifik soft modullar kateqoriyasında ilk dəfə homoloji modulların dəqiq ardıcılığı qurulmuş, daha sonra universal əmsallar haqqında teoremlər isbat olunmuşdur.

- Cəbri topologiyanın riyaziyyatda mühüm rolunu nəzərə alaraq, soft homoloji qruplar qurulur və burada homoloji nəzəriyyənin aksiomlarının ödəndiyi isbat olunub.

- Soft modulların, intuitiv soft modulların, neyrosifik soft modulların kateqoriyalarında tərs və düz limitin varlıqları göstərilmiş və tərs limitin törəmə funktorunun xassələri öyrənilmişdir.

- Neyrosifik Li cəbrləri qurularaq, onların əsas xassələri araşdırılmışdır.

**Tədqiqatın nəzəri və praktik əhəmiyyəti.** Dissertasiya işi əsasən Lütfi Zadənin əsasını qoyduğu qeyri səliss çoxluqlar nəzəriyyəsinə və onun praktikada tətbiqində yaranan problemlərə həsr edildiyi və qeyri səliss cəbrdə homoloji cəbri üsullar tətbiq olunduğuna görə dissertasiya isinin mövzusu nəzəri və praktik cəhətdən aktualdır və gələcək tədqiqat işlərinə imkanlar yaradır.

**Aprobasiyası və tətbiqi.** Dissertasiyanın əsas müddələri və nəticələri görkəmli elm xadimi Məcid Rəsulovun 100 illiyinə həsr olunmuş “Nəzəri və tətbiqi riyaziyyatın aktual problemləri” adlı beynəlxalq konfransda (Şəki, 2017), Azərbaycanın Ümummilli lideri Heydər Əliyevin anadan olmasının 91 illik yubileyinə həsr olunmuş magistrantların, doktorantların və gənc tədqiqatçıların “Riyaziyyat və mexanikanın aktual problemləri” adlı beynəlxalq konfransda (Bakı, 2015), Azərbaycanın əməkdar elm xadimi, professor Əmir Şamil oğlu Həbibzadənin anadan olmasının 100-cü ildönümünə həsr olunmuş, “Funksional analiz və onun tətbiqləri” adlı beynəlxalq konfransda (Bakı, 2016), Bakı 8-ci Beynəlxalq Avroasiya konfransında (Bakı, 2019), “IX International conference of the

Georgian Mathematical Union” (Gürcüstan, 2018) elmi konfransında və s. məruzə edilmişdir.

**Müəllifin şəxsi tövhəsi.** Alınmış bütün nəticələr və təkliflər müəllifə aiddir.

**Müəllifin nəşrləri.** Dissertasiyanın tam məzmunu müəllifin 10 elmi işində dərc edilmişdir, əsərlərin siyahısı avtoreferatın sonunda verilmişdir.

**Dissertasiya işinin yerinə yetirildiyi təşkilatın adı.**

Dissertasiya işi Bakı Dövlət Universitetinin “Cəbr və həndəsə” kafedrasında yerinə yetirilmişdir.

**Dissertasiyanın struktur bölmələrinin ayrılıqda həcmi qeyd olunmaqla dissertasiyanın işarə ilə ümumi həcmi.**

Dissertasiya işi girişdən, üç fəsildən, nəticə və 76 adda ədəbiyyat siyahısından ibarətdir. İşinin ümumi həcmi – 236.760 işarədir (titul səhifəsi – 471 işarə, mündəricat – 1.706 işarə, giriş - 34.583 işarə, birinci fəsil – 70.000 işarə, ikinci fəsil – 80.000 işarə, üçüncü fəsil –46.000 işarə).

# İŞİN ƏSAS MƏZMUNU

Dissertasiya işinin *giriş* hissəsində movzunun aktuallığı əsaslandırılır, dissertasiyanın məzmunu ilə bağlı müddəaların qısa xülasəsi verilir və əsas nəticələr şərh olunur.

*Birinci fəsildə* soft modullar və qeyri-səlis soft modullar kateqoriyasında universal əmsallar haqqında teoremlər isbat olunur. Birinci fəslin sonunda soft topoloji fəzalar kateqoriyasında Çex homoloji nəzəriyyə qurulur. Bununla I fəsildə cəbri topologiyanın qeyri-səlis çoxluqlarda tətbiqi verilmişdir.

*Bölmə 1.1-də* soft modullar kateqoriyasında universal əmsallar haqqında teoremlər isbat edilmişdir. *Bölmə 1.2-də* qeyri-səlis soft modullar kateqoriyasında universal əmsal teorem verilmişdir. *Bölmə 1.3-də* soft topoloji fəzalarının Cech homoloji nəzəriyyəsinə toxunulmuşdur. *Bölmə 1.4-də* neyrosifik soft modullarının kateqoriyasında universal əmsal teoremi haqqında bəhs edilir.

*İkinci fəsildə* müxtəlif qeyri-səlis modullar kateqoriyasında qapalılıq problemləri araşdırılır. *Bölmə 2.1-də* soft modullar kateqoriyasında tərs limitin törəmə funktoru verilib və burada tərs limitin bəzi xassələri göstərilmişdir. *Bölmə 2.2-də* intuitiv qeyri-səlis soft modullar kateqoriyasında tərs sistem anlayışı verilib və bununla bağlı, teoremlər isbat olunub. *Bölmə 2.3-də* neyrosifik soft modullar kateqoriyasında lim funktorunun törəmə funktoru verilib və bu kateqoriyalarda tərs limitin varlığı və xassələri öyrənilir. *Bölmə 2.4-də* bəzi kateqoriyalar düz limitin varlığı haqqında teoremlər isbat edilir.

*Üçüncü fəsildə* neyrosifik Li cəbrləri və neyrosifik soft Li cəbrləri öyrənilir. *Bölmə 3.1-də* neyrosifik Li cəbrləri və onların xassələri öyrənilir. *Bölmə 3.2-də* neyrosifik soft Li cəbrləri və onların xassələri öyrənilir.

*Bölmə 3.3-də* Li cəbrləri və cəbroidlərinin tərifləri öyrənilir, teoremlər isbat edilir.

**Tərif 1.**  $(F, A)$   $M$  üzərində,  $(G, B)$   $N$  üzərində soft modullar olsun.



$Tor((F, A), (G, B))$  funktoru  $\forall(a, b) \in A \times B$  üçün  $Tor(F(a), G(b))$  verək və  $Tor((F, A), (G, B))$  funktoruna  $(F \otimes G, A \times B)$  tenzor hasilinin törəmə fanktoru adını verək.

$$(\tilde{F}, A) = \{(F_n, A), \partial_n, 1_A\}: (F_n, A) \rightarrow (F_{n-1}, A)\}$$

$\{M_n\}$  modullar üzərində soft modulların zəncir kompleksi və  $(G, B)$   $N$  üzərində soft modul olsun. Onda

$$\{(F_n \otimes G, A \times B), (\partial_n \otimes 1_G, 1_{A \times B})\} \quad (1)$$

$\{M_n \otimes N\}$  modulları üzərində bir soft zəncir kompleksidir, burda  $\forall(a, b) \in A \times B$  üçün

$$\begin{aligned} \{F_n(a) \otimes G(b), \partial_n \otimes 1_{G(b)}: F_n(a) \otimes G(b) \rightarrow \\ \rightarrow F_{n-1}(a) \otimes G(b)\} \end{aligned} \quad (2)$$

modulların zəncir kompleksidir. (2) kompleksinin homoloji modulunu  $H_n(F(a): G(b))$  şəklində göstərək. Beləliklə,  $\forall(a, b) \in A \times B$  üçün  $H_n(F(a); G(b))$  modulu vasitəsi ilə (1) soft modulların zəncir kompleksinin soft homoloji modulunu verə bilərik. Bu modulu  $H_n(\tilde{F}, A); (G, B)$  ilə işarə edək və  $(F, A)$  kompleksinin  $(G, B)$  əmsallı homoloji modulu adı verək.

$$(\mu, 1_{A \times B}): H_n(\tilde{F}, A) \otimes (G, B) \rightarrow H_n(\tilde{F}, A); (G, B)$$

soft modulların homomorfizmasını  $\forall(a, b) \in A \times B$  üçün

$$\mu_{(a,b)}: H_n(F(a)) \otimes (G(b)) \rightarrow H_n(F(a), (G(b)))$$

$$\mu_{(a,b)}([x], g) = [x \otimes g] \quad \forall[x] \in H_n(F(a)), g \in G(b)$$

kimi verək.

**Teorem 1.**  $(\tilde{F}, A)$  zəncir kompleks  $\{M_n\}$  modulları üzərində sərbəst soft modulların kompleksi və  $(G, B)$   $N$  üzərində ixtiyari soft modul olsun. Onda aşağıdakı ardıcılıq dəqiqdir, funkotiyaldır və parçalanandır.

$$\begin{aligned} 0 \rightarrow (H_n(\tilde{F}, A)) \otimes (G, B) \xrightarrow{\mu} H_n((\tilde{F}, A) \otimes (G, B)) \\ \rightarrow Tor(H_{n-1}(\tilde{F}, A)(G, B)) \rightarrow 0. \end{aligned}$$

**Teorem 2.** Əgər  $(F, A) * (G, B)$  zəncir kompleksi asiklikdirsə, onda

$$\begin{aligned} 0 \rightarrow H_n(F, A) \otimes (G, B) \xrightarrow{\mu} H_n((F_1 A): (G, B)) \rightarrow \\ \rightarrow H_n(F, A) * (G, B) \rightarrow 0 \end{aligned}$$

qısa ardıcılığı dəqiqdir, funktoriyaldır və parçalanandır.

Tutaq ki,  $\forall n \in Z (F_n, A)$   $M_n$  modulu üzrə qeyri səlissə soft moduldur və  $(\partial_n, 1_A): (F_n, A) \rightarrow (F_{n-1}, A)$  qeyri səlissə soft modullarının homomorfizmidir.

**Tərif 2.** Əgər hər bir  $a \in A$  üçün

$$\{(M_n, F_n(a), \partial_n): (M_n, F_n(a)) \rightarrow (M_{n-1}, F_{n-1}(a))\}$$

qeyri səlissə modullarının zəncir kompleksləridirsə, onda aşağıdakı ardıcılıq qeyri-səlissə soft modullarının zəncir kompleksi adlanır:

$$\{(F_n, A), (\partial_n, 1_A): (F_n, A) \rightarrow (F_{n-1}, A)\}.$$

**Tərif 3.** Tutaq ki,  $(\{\varphi_n\}, g): (\{\psi_n\}, g): \{(F_n, A), \partial_n\} \rightarrow \{(G_n, B), \partial'_n\}$  qeyri-səlissə soft modullarının zəncir kompleksinin morfizmidir və fərz edək ki,  $D = \{(D_n, g): (F_n, A) \rightarrow (G_{n+1}, B)\}$  qeyri-səlissə soft modullarının homomorfizmlər ailəsinin bir üzvüdür. Əgər  $\varphi_n - \psi_n = D_{n-1} \circ \partial_n + \partial'_{n+1} \circ D_n$  ifadəsi ödənilirsə, onda modullarının homomorfizmlərinin üzvü  $D = \{(D_n, g): M_n \rightarrow N_{n+1}\}_{n \in Z}$  zəncir homotopiyası deyildir.  $(\{\varphi_n\}, g), (\{\psi_n\}, g)$  cütünə zəncir homotop morfizmləri deyilir və  $(\{\varphi_n\}, g) \sim (\{\psi_n\}, g)$  kimi işarə olunur.

**Teorem 3.** Qeyri-səlissə soft modullar kateqoriyasında zəncir homotopiya münasibəti ekvivalentlik münasibətidir və supurpozisiyaya görə invariantdır.

**Teorem 4.** Qeyri səlissə soft modullarının zəncir komplekslərinin homoloji funktoru zəncir homotopiya görə invariantdır. Odur ki, əgər  $\{\varphi_n\} \sim \{\psi_n\}: \{(F_n, A), \partial_n\} \rightarrow \{(G_n, B), \partial'_n\}$  onda

$$\varphi_{n*} = \psi_{n*} = H_n(\mathcal{F}, A) \rightarrow H_n(\mathcal{G}, A)$$

**Teorem 5.** Əgər bu ardıcılıq

$$0 \rightarrow (F_n^{\setminus}, A) \rightarrow (F_n, A) \rightarrow (F_n^{\cup}, A) \rightarrow 0 \quad (3)$$

qeyri səlissə soft zəncir komplekslərinin qısa dəqiq ardıcılığı parçalanadırsa, onda qeyri səlissə soft homoloji modullarının aşağıdakı ardıcılığı

$$\dots \leftarrow H_{n-1}(F_n^{\setminus}, A) \xleftarrow{\partial_*} H_n(F_n^{\cup}, A) \leftarrow H_n(F_n, A) \leftarrow H_n(F_n^{\setminus}, A) \dots \quad (4)$$

**Teorem 6.** Qeyri səlissə soft zəncir kompleksinin hər bir parçalanma qısa dəqiq ardıcılığı

$$0 \rightarrow (F^{\setminus}, A) \rightarrow (F, A) \rightarrow (F^{\cup}, A) \rightarrow 0$$

və hər bir  $(G, B)$  qeyri səlis modulu üçün, qeyri səlis soft homoloji modulların ardıcılığı

$$\begin{aligned} \dots \leftarrow H_{n-1}((\mathcal{F}, A); (G, B)) \leftarrow H_n((\mathcal{F}, A); (G, B)) \\ \leftarrow H_n((\mathcal{F}, A); (G, B)) \leftarrow H_n((F_n, C); (G, B)) \leftarrow \dots \end{aligned}$$

dəqiq və funktorialdır.

**Teorem 7.** Əgər  $(\mathcal{F}, A)$  sərbəst qeyri səlis soft zəncir kompleksləridirsə və  $(G, B)$  qeyri səlis soft moduludursa, onda burada funktorial qeyri səlis qısa dəqiq ardıcılığı vardır:

$$\begin{aligned} 0 \rightarrow H_n((\mathcal{F}, A) \otimes (G, B)) \xrightarrow{\varphi_n} H_n((\mathcal{F}, A); (G, B)) \\ \rightarrow FS - Tor(H_{n-1}((\mathcal{F}, A), (G, B))) \rightarrow 0 \end{aligned}$$

və bu parçalanan ardıcılıqdır.

Bu bölmədə *Stop* kateqoriyasında homoloji nəzəriyyə qurulur. *STOP* ilə soft topoloji fəzalar kateqoriyasını işarə edək. Hər bir  $(X, \tau, E)$  soft topoloji fəzası üçün  $Cov(X)$  bu fəzanın bütün açıq örtüklər çoxluğu olsun.  $Cov(X)$  çoxluğu örtüklərinin daralmasına görə istiqamətlənmiş çoxluqdur.  $\alpha = \{(F_i, E)\}_{i \in I}$  və  $\beta = \{(G_i, E)\}_{i \in J}$  ailələri  $(X, \tau, E)$  soft topoloji fəzasının açıq örtükləri olsun. Əgər  $p: J \rightarrow I$  inikası üçün  $(G_j, E) \subset (F_{p(j)}, E)$  şərti ödənilirsə  $\alpha$  örtüyü  $\beta$  örtüyünün daraldılması adlanır. Bunu  $\alpha < \beta$  kimi göstərək.  $Cov(X)$  çoxluğu bu münasibətə görə istiqamətlənmiş çoxluqdur.  $\alpha = \{(F_i, E)\}_{i \in I}$  ailəsi  $(X, \tau, E)$  soft topoloji fəzanın ixtiyari açıq örtüyü olsun.

$$nerva = \{(i_1, i_2, \dots, i_n) : \bigcap_{k=1}^n (F_{i_k}, E) \neq \emptyset\}$$

ilə təpələri  $\mathbb{I}$  çoxluğun nöqtələri olan simplisial kompleksi göstərək.  $p: J \rightarrow I$  inikası  $p: nerv \beta \rightarrow nerv \alpha$  simplisial inikası müəyyən edir və ixtiyari iki belə inikaslar simplisial yaxındır. Onda  $p_\alpha^\beta: nerv \beta \rightarrow nerv \alpha$  simplisial inikası təyin edilmiş olur. Beləcə

$$nerv(X) = (\{nerv \alpha\}_{\alpha \in Cov(X)}, \{p_\alpha^\beta: nerv \beta \rightarrow nerv \alpha\}_{\alpha < \beta})$$

simplisial komplekslərin tərs sistemini əldə edirik. Bu sistemə  $H_q$  homoloji funktorunu tətbiq etsək

$$\begin{aligned} H_q(nerv X) = (\{H_q(nerv X)\}_{\alpha \in Cov(X)}, \{H_q(p_\alpha^\beta): H_q(nerv \beta) \rightarrow \\ \rightarrow H_q(nerv \alpha)\}_{\alpha < \beta}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [H^q(nerv X) = (\{H^q(nerv \alpha)\}_{\alpha \in Cov(X)}, \{H^q(p_\alpha^\beta): H^q(nerv \alpha) \rightarrow \\ \rightarrow H^q(nerv \beta)\}_{\alpha < \beta})] \end{aligned}$$

qrupların tərs (düz) sistemini əldə edərik.

**Tərif 4.**  $H_q(X; G) = \varprojlim_{\alpha} H_q(\text{nerve } \alpha; G) \left[ H^q(X; G) = \varprojlim_{\alpha} H^q(\text{nerve } \alpha; G) \right]$  qrupuna  $(X, \tau, E)$  soft topoloji fəzanın  $q$  - ölçülü homoloji (kohomoloji) qrupu deyilir.

Əgər  $(X, \tau, E)$  və  $(Y, \tau^1, E^1)$  soft topoloji fəzalardır və  $(f, \varphi): (X, \tau, E) \rightarrow (Y, \tau^1, E^1)$  soft topoloji fəzaların soft kəsilməz funksiyası isə,  $(Y, \tau^1, E^1)$  fəzasının ixtiyari soft açıq  $\alpha = \{G_j, E^1\}_{j \in J}$  örtüyü üçün  $(f, \varphi)(\alpha) = \{(f, \varphi)^{-1}G_j, E^1\}_{j \in J'}$  ailəsi  $(X, \tau, E)$  fəzasının soft açıq örtüyüdür və  $J' \subset J$ . Aydındır ki əgər  $\beta > \alpha$  isə  $(f, \varphi)^{-1}(\beta) > (f, \varphi)^{-1}(\alpha)$  - dir və əgər

$$(f, \varphi)^{-1}\{G_j, E^1\} \cap \dots \cap (f, \varphi)^{-1}\{G_{j_k}, E^1\} \neq \Phi$$

ödənirsə, onda

$\{G_j, E^1\} \cap \dots \cap \{G_{j_k}, E^1\} \neq \Phi$ . Buradan  $\text{nerve}((f, \varphi)^{-1}(\alpha))$  simplisial kompleksi  $\text{nerve } \alpha$  simplisial kompleksinin alt kompleksidir.

$i_{\alpha, (f, \varphi)}: \text{nerve}((f, \varphi)^{-1}(\alpha)) \rightarrow \text{nerve } \alpha$  ilə daxil etmə inikasını göstərək, onda

$$f = (\{(f, \varphi)^{-1}: \text{Cov}(Y) \rightarrow \text{Cov}(X)\}, \{i_{\alpha, (f, \varphi)}: \text{nerve}((f, \varphi)^{-1}(\alpha)) \rightarrow \text{nerve } \alpha\}_{\alpha \in \text{Coc}(Y)}) \quad (5)$$

ailəsi  $\text{nerve}(X)$  tərs sistemindən  $\text{nerve}(X)$  tərs sistemə təsir edən morfizmdir.

$f$  morfizmi

$$f_* = \lim_{\leftarrow} H_q(f): H_q(X; G) \rightarrow H_q(Y; G)$$

$$\left[ f^* = \lim_{\leftarrow} H^q(f): H^q(Y; G) \rightarrow H^q(X; G) \right]$$

homoloji (kohomoloji) qrupların homomorfizmasını müəyyən edir.

**Teorem 8.**

$$(X, \tau, E) \mapsto H_q(X, G) [(X, \tau, E) \mapsto H^q((X, \tau, E) \mapsto)]$$

qarşı qoyması  $STop$  kateqoriyasından qruplar kateqoriyasına gedən bir kovaryant(kontravaryant) funktordur.

**Teorem 9.** Hər  $x_e \in (X, \tau, E)$  soft nöqtəsi üçün

$$H_q(x_e, G) = \begin{cases} 0, & q > 0 \\ G, & q = 0 \end{cases}.$$

$(X, A, \tau, E)$  soft topoloji fəzalarının cütləri üçün  $i : A \rightarrow X$  və  $j : X \rightarrow (X, A)$  inikasını götürək. Hər bir  $\alpha \in Cov(X, A)$  örtüyü üçün  $i, j$  inikasından

$$i_\alpha : nerv(\alpha \cap A) \rightarrow nerv \alpha,$$

$$j_\alpha : nerv \alpha \rightarrow (nerv \alpha, nerv(\alpha \cap \tilde{A}))$$

simplisial inikalar əldə edilir. Beləcə hər  $\alpha \in Cov(X, A)$  üçün

$$H(nerv \alpha) = \dots \leftarrow H_q(nerv \alpha) \leftarrow H_q(nerv(\alpha \cap \tilde{A})) \leftarrow$$

$$H_{q+1}(nerv \alpha, nerv(\alpha \cap \tilde{A})) \leftarrow H_{q+1}(nerv \alpha) \leftarrow \dots$$

homoloji qrupların dəqiq ardıcılığı alınır. Bu ardıcılıqlar  $\alpha$  görə tərs sistem yaradır. Bu tərs sistemin limitinə  $(X, A, \tau, E)$  cütünün homoloji ardıcılığı deyilir:

$$\dots \leftarrow H_q(X, G) \leftarrow H_q(A, G) \leftarrow H_{q+1}(X, A, G) \leftarrow H_{q+1}(X) \dots$$

Dəqiq ardıcılıqların tərs limitinin dəqiq ardıcılığı olmadığından homoloji ardıcılıq dəqiq deyil, ancaq kohomoloji ardıcılıq

$$\dots \rightarrow H^q(X, G) \rightarrow H^q(A, G) \rightarrow H^{q+1}(X, A, G) \rightarrow H^{q+1}(X, G) \rightarrow \dots$$

dəqiqdir.

**Teorem 10.** (Kəsmə aksiomu) Tutaq ki,  $(X, A, \tau, E)$  bir soft topoloji fəza,  $(U, E) \in \tau$  və onun soft qapanması  $\overline{(U, E)}$   $A$ -nın soft daxilinə daxildir, yəni  $\overline{(U, E)} \subset \tilde{A}^0$  olsun. Onda  $J : (X - U, A - U) \rightarrow (X, A)$  daxil etmə inikası üçün

$$J_{*q} : H_q(X - U, A - U; G) \rightarrow H_q(X, A; G)$$

$$\left[ J^{*q} : H^q(X - U, A - U; G) \rightarrow H^q(X, A; G) \right]$$

homomorfizmi izomorfizmadır.

**Tərif 5.** Tutaq ki,  $(X, \tau, E)$  və  $(Y, \tau', E')$  iki topoloji soft fəzadır və  $(f, \varphi), (g, \psi) : (X, \tau, E) \rightarrow (Y, \tau', E')$  soft topoloji fəzaların kəsilməz inikasıdır. Əgər

$$(F, \varphi)(x_e, 0_*) = (f, \varphi)(x_e) = f(x)_{\varphi(e)}$$

$$(F, \varphi)(x_e, 1_*) = (g, \psi)(x_e) = g(x)\psi(e)$$

şərtləri ödəyən  $(F, \varphi) : (X \times I, \tau \times \tau', E \times *) \rightarrow (Y, \tau', E')$  soft kəsilməz inikası varsa,  $(F, \varphi)$  yə homotopya,  $(f, \varphi), (g, \psi)$  inikaslarına homotop inikaslar deyilir.

Aydındır ki, homotopya münasibəti ekvivalentlik münasibətidir və superposiya görə invariantdır.

**Teorem 11.** (Homotopya aksiomu) Əgər

$$(f, \varphi), (g, \psi) : (X, \tau, E) = (Y, \tau', E')$$

soft homotopik inikaslardırsa, onda

$$(f, \varphi)_* = (g, \varphi)_* : H_q(X; G) \rightarrow H_q(Y; G)$$

doğrudur.

**Tərif 6.**  $SMod$  soft modullar kateqoriyası olsun. Onda  $D: I^{0p} \rightarrow SMod$  ( $D: I \rightarrow SMod$ ) funktoruna tərs (düz) sistem deyilir.

Tərifə görə soft modulların hər bir tərs sistemi

$$(\{F_i, A_i\}_{i \in I}, \{(p_i', q_i') : (F_{i'}, A_{i'}) \rightarrow (F_i, A_i)\}_{i < i'}) \quad (6)$$

şəklində yazıla bilər, belə ki aşağıdakı şərtlər ödənilir:

- 1)  $i = i'$  üçün  $(p_i', q_i') = 1_{(F_i, A_i)}$ ;
- 2)  $i < i' < i''$  üçün  $(p_i'', q_i'') = (p_{i'}'', q_{i'}'') \circ (p_i', q_i')$ .

**Teorem 12.** (1) şəklində olan hər tərs sistemin limiti var və yeganədir.

**Teorem 13.**  $(\{F_i, A_i\}_{i \in I}, \{(p_i', q_i')\}_{i < i'}) \rightarrow \varinjlim (F_i, A_i)$  qarşı qoyması  $Jnv(SMod)$  kateqoriyasından  $SMod$  kateqoriyasına təsir edən funktordur.

İndi  $d : \prod_i M_i \rightarrow \prod_i M_i$  homomorfizmasını

$$d(\{x_i\}) = \{x_i - p_i'(x_{i'})\}$$

şəklində təyin edək. Aydın ki,  $\forall a \in A$  üçün

$$d(a) = d|_{\prod_i F(a)} : \prod_i F(a) \rightarrow \prod_i F(a)$$

uyğun modulların homomorfizmasıdır. Onda  $\ker d(a)$  və  $co \ker d(a)$  modullarını verə bilərik. Aydın ki,  $\ker d(a) = \varinjlim F_i(a)$ -dir. Hər  $a \in A$  üçün  $co \ker d(a)$  ilə verilən modula  $\prod_i M_i$  modulu üzərində bir soft modul olaraq qəbul edilə

bilər. Bu soft modulu  $\varinjlim^{(1)}(F_i, A)$  kimi göstərək və bu soft modula tərs limit funktorunun birinci törəmə funktoru adı verək.

$$\text{Beləliklə, } \varinjlim_i (F_i, A) = \ker d, \quad \varinjlim_i^{(1)} (F_i, A) = co \ker d$$

bərabərliyi alınır.

**Təklif 1.**  $\varinjlim^{(1)}$  soft modulların tərs sistemlər kateqoriyasından soft modullar kateqoriyasına təsir edən bir funktordur.

**Təklif 2.**  $\varinjlim(F_\alpha, A) = H^0(C)$ ,  $\varinjlim^{(1)}(F_i, A) = H^1(C)$  -dir.

$\varinjlim^{(1)}$  funktorunun bəzi xassələrini araşdıraraq.  $I$  istiqamətlənmiş çoxluq olaraq  $N$  natural ədədlər çoxluğunu alaq, onda tərs sistem

$$(F_1, A) \xleftarrow{p_1^2} (F_2, A) \xleftarrow{p_2^3} \dots$$

şəklində olacaq.

**Teorem 14.**  $(F_1, A) \xleftarrow{p_1^2} (F_2, A) \xleftarrow{p_2^3} \dots$  soft modulların tərs sistemində hər bir sonsuz alt sistemi üçün  $\varinjlim^{(1)}$  funktoru dəyişməzdir.

**Teorem 15.** Əgər

$$(F_1, A) \xleftarrow{p_1^2} (F_2, A) \xleftarrow{p_2^3} \dots$$

$SMod$  tərs sistemində  $p_i^{i+1}$  homomorfizmaları epimorfizmalar isə

$\varinjlim^{(1)}(F_n, A) = 0$  -dir.

**Teorem 16.**

$$\begin{array}{ccccccc} & \vdots & & \vdots & & \vdots & \\ & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & \\ 0 & \rightarrow & (F'_2, A) & \rightarrow & (F_2, A) & \rightarrow & (F''_2, A) \rightarrow 0 \\ & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ 0 & \rightarrow & (F'_1, A) & \rightarrow & (F_1, A) & \rightarrow & (F''_1, A) \rightarrow 0 \end{array}$$

soft modulların tərs sistemlərinin qısa dəqiq ardıcılığı olsun. Onda soft modulların

$$0 \rightarrow \varinjlim(F'_n, A) \rightarrow \varinjlim(F_n, A) \rightarrow \varinjlim(F''_n, A) \rightarrow$$

$$\rightarrow \varinjlim^{(1)}(F'_n, A) \rightarrow \varinjlim^{(1)}(F_n, A) \rightarrow \varinjlim^{(1)}(F''_n, A) \rightarrow 0$$

ardıcılığı dəqiqdir.

**Tərif 7.** IQSM intuitiv qeyri-səlis soft modullar kateqoriyası olsun, onda  $D: \Lambda^{op} \rightarrow IQSM$   $\Lambda$  funktoruna intuitiv qeyr-səlis soft modullarının tərs sistemi adlanır.

**Teorem 17.** İntuitiv qeyr-səlis soft modullarının hər bir tərs sistemi limitə malikdir və bu limit yeganədir.

Modulların tərs sistemi üçün  $(\{M_\alpha\}_{\alpha \in \Lambda}, \{p_\alpha^{\alpha'}\}_{\alpha < \alpha'})$ ,  $\varinjlim^{(1)} M_\alpha = \prod_\alpha M_\alpha / \text{Im } d$  törəmə funktordur.

Əgər  $\pi = \prod_\alpha M_\alpha \rightarrow \varinjlim^{(1)} M_\alpha$  kanonik homomorfizmdirsə,

onda  $(\varinjlim^{(1)} M_\alpha, (F_A)_\alpha^\pi, (F_A)_\pi^a)$  intuitiv qeyr-səlis modullarını müəyyənləşdirə bilərik. Onda  $(F_A^\pi, F_\pi^A): A \rightarrow \prod_\alpha M_\alpha$  intuitiv qeyr-səlis soft moduldur.

**Tərif 8.**  $((F_A)_\pi^\pi, (F^A)_\pi)$  intuitiv qeyri-səlis soft modullarının tərs sisteminin “ilk törəmə funktoru” adlanır.

**Teorem 18.** Tutaq ki, bu ardıcılıq

$$(F_1, A) \xleftarrow{p_1^2} (F_2, A) \xleftarrow{p_2^2} \dots$$

intuitiv qeyr-səlis soft modullarının tərs ardıcılığı olsun. Bu ardıcılığın hər bir sonsuz alt ardıcılığı üçün,  $\varinjlim^{(1)}$  dərəcə dəyişilmir.

**Teorem 19.** Əgər bütün  $\{x_n''\} \in \ker \bar{d}$  üçün  $\lim_{n \rightarrow \infty} F_{na}''(x_n'') = 0$  və ya  $\lim_{n \rightarrow \infty} F_n^{''a}(x_1'') = 1$  və aşağıdakı diagram qeyr-səlis soft modullarının tərs sisteminin qısa dəqiq ardıcılığıdırsa

$$\begin{array}{ccccccc} & & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ 0 & \rightarrow & (F_2', A) & \rightarrow & (F_2, A) & \rightarrow & (F_2'', A) \rightarrow 0 \\ & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ 0 & \rightarrow & (F_1', A) & \rightarrow & (F_1, A) & \rightarrow & (F_1'', A) \rightarrow 0 \end{array}$$

onda bu ardıcılıq



$$0 \rightarrow \underline{\lim}(F'_n, a) \rightarrow \underline{\lim}(F_n, a) \rightarrow \underline{\lim}(F''_n, a) \rightarrow \\ \underline{\lim}^{(1)}(F'_n, a) \rightarrow \underline{\lim}^{(1)}(F_n, a) \rightarrow \underline{\lim}^{(1)}(F''_n, a) \rightarrow 0$$

dəqiqdir.

**Tərif 9.**  $X$  çoxluğu üzərində  $A$  neytr sofik çoxluq aşağıdakı kimi müəyyənləşdirilir:

$$A = \left\{ \langle x, T_A(x), I_A(x), F_A(x) \rangle : x \in X \right\},$$

harada ki ,

$$T, I, F : X \rightarrow ]-0, 1^+[ \vee \exists -0 \leq T_A(x) + I_A(x) + F_A(x) \leq +3$$

Bu bölmədə neytr sofik soft modullar kateqoriyasında tərs limitin törəmə funktorunu anlayışı verilir.

**Tərif 10.** Hər bir  $D : \Lambda^{op} \rightarrow NSM$  hər hansı funktoruna, neytr sofik soft modulların tərs sistemi deyilir, burada  $\Lambda$  istiqamətləndirilmiş çoxluqdur.

**Teorem 20.** Neytr sofik soft modulların hər bir tərs sistemi limitə malikdir. Bu limit yeganədir.

**Tərif 11.** Əgər  $Li$  cəbri üzərində verilmiş  $A = (T, I, F)$  neytr sofik çoxluğu üçün aşağıdakı şərtlər ödənərsə, onda  $A = (T, I, F)$  neytr sofik  $Li$  alt cəbri adlanır.  $L$  çoxluğundan götürülmüş bütün  $x, y \in L$  və  $\alpha \in F$  üçün

$$(1) \quad T_A(x + y) \geq \min(T_A(x), T_A(y))$$

$$I_A(x + y) \geq \min(I_A(x), I_A(y))$$

$$F_A(x + y) \leq \max(F_A(x), F_A(y))$$

$$(2) \quad T_A(\alpha x) \geq T_A(x) \quad , \quad I_A(\alpha x) \geq I_A(x) \quad , \quad F_A(\alpha x) \leq F(x)$$

$$(3) \quad T_A([x, y]) \geq \min\{T_A(x), T_A(y)\}$$

$$I_A([x, y]) \geq \min \{I_A(x), I(y)\}$$

$$F_A([x, y]) \leq \max \{F_A(x), F(y)\}$$

**Teorem 21.** Tutaq ki,  $A = (T, I, F)$   $L$   $Li$  cəbri üzərində neytr sofik  $Li$  alt cəbridir. Onda  $A = (T, I, F)$   $L$  üzərində neytr sofik  $Li$  alt cəbridir, yalnız və yalnız o vaxt ki, boş olmayan yuxarı səviyyəli

$$U_T(s) = \{x \in L \mid T(x) \geq s\}, \quad U_I(s) = \{x \in L \mid I(x) \geq s\}$$

və boş olmayan aşağı səviyyəli  $V_F(s) = \{x \in L \mid F(x) \leq t\}$  bütün  $s, t \in [0, 1]$  üçün  $L$ -in  $Li$  alt cəbridir.

**Teorem 22.** Əgər  $A = (T_A, I_A, F_A)$  və  $B = (T_B, I_B, F_B)$   $L$  üzərində iki Li alt cəbrdirsə, onda

$$A \cap B = C = \langle T_C, I_C, F_C \rangle$$

kəsişməsi  $L$  üzərində Li alt cəbridir.

**Tərif 12.** Tutaq ki,  $A = (T^1, I^1, F^1)$  və  $B = (T^2, I^2, F^2)$   $L$  çoxluğu üzərində verilmiş iki neytrosifik çoxluq olsun. Ümumiləşmiş düz hasili  $A \times B$  aşağıdakı kimi təyin edilir:

$$A \times B = (T^1, I^1, F^1) \times (T^2, I^2, F^2) = (T^1 \times T^2, I^1 \times I^2, F^1 \times F^2),$$

burada  $(T^1 \times T^2)(x, y) = \min(T^1(x), T^2(y)),$   
 $(I^1 \times I^2)(x, y) = \min(I^1(x), I^2(y))$

və

$$(F^1 \times F^2)(x, y) = \max(F^1(x), F^2(y)).$$

Qeyd edə bilərik ki, ümumiləşmiş düz hasili  $A \times B$   $L \times L$  -də həmişə neytrosifikdir, belə ki,

$$\min(T^1(x), T^2(y)) + \min(I^1(x), I^2(y)) + \max(F^1(x), F^2(y)) \leq 3.$$

**Teorem 23.** Tutaq ki,  $A = (T^1, I^1, F^1)$  və  $B = (T^2, I^2, F^2)$   $L$  Li cəbrinin iki neytrosifik Li alt cəbridir. Onda  $A \times B$   $L \times L$ -in neytrosifik Li alt cəbridir.

**Tərif 13.** Tutaq ki,  $L_1$  və  $L_2$   $F$  meydanı üzərində iki Li alt cəbrdir. Əgər bütün  $x, y \in L_1$  üçün  $f([x, y]) = [f(x), f(y)]$  şərti ödənərsə, onda  $f: L_1 \rightarrow L_2$  xətti inikası  $Li$  homomorfizmi adlanır.

**Teorem 24.** Tutaq ki,  $f: L_1 \rightarrow L_2$   $Li$  cəbrlərinin epimorfizmidir və  $A = (T, I, F)$   $L_1$ -in neytrosifik alt cəbridir, onda  $A$ -nın homomorfik obrazı  $L_2$ -nin neytrosifik  $Li$  alt cəbridir.

**Tərif 14.** Tutaq ki,  $E$  bütün parametrlər çoxluğu,  $L$  isə  $Li$  cəbr və  $P(L)$   $L$  üzərində qeyd olunmuş bütün neytrosifik çoxluqlardır. Onda  $(\tilde{F}, E)$  cütü  $L$  üzərində neytrosifik soft  $Li$  cəbrləri adlanır, burada  $\tilde{F} = \tilde{F}: E \rightarrow P(L)$ , təsir edən inikasdır, beləki  $\forall e \in E$  üçün tərif 11-in şərtləri ödənilir.

**Teorem 25.** Tutaq ki,  $(\tilde{F}^1, E_1)$  və  $(\tilde{F}^2, E_2)$   $L$  üzərində iki neytrosifik soft  $Li$  alt cəbrdir, onda  $(\tilde{F}^1, E_1) \cap (\tilde{F}^2, E_2) = (\tilde{F}^3, E_1 \cap E_2)$   $L$  üzərində neytrosifik soft  $Li$  alt cəbrdir.

**Teorem 26.** Tutaq ki,  $(\tilde{F}^1, E_1)$  və  $(\tilde{F}^2, E_2)$   $L$  üzərində iki neytr Sofik soft Li altcəbrdir. Əgər  $E_1 \cap E_2 = \emptyset$  olarsa, onda  $(\tilde{F}^1, E_1) \cup (\tilde{F}^2, E_2) = (\tilde{F}^3, E_1 \cup E_2)$   $L$  üzərində neytr Sofik soft Li altcəbrdir.

**Teorem 27.** Tutaq ki,  $(\tilde{F}^1, E_1)$  və  $(\tilde{F}^2, E_2)$  uyğun olaraq  $L_1$  və  $L_2$  üzərində iki neytr Sofik soft Li cəbrlərdir, onda  $(\tilde{F}^1, E_1) \wedge (\tilde{F}^2, E_2) = (\tilde{F}^3, E_1 \times E_2)$   $L$  üzərində neytr Sofik soft Li cəbrdir.

**Tərif 15.**  $(\tilde{F}^1, E_1)$  və  $(\tilde{F}^2, E_2)$   $L$  çoxluğunda iki neytr Sofik soft çoxluq olsun, onda ümumi düz hasili

$(\tilde{F}^1, E) \times (\tilde{F}^2, E) = (\tilde{F}^1 \times \tilde{F}^2, E_1 \times E_2)$  aşağıdakı kimi təyin edilir:

$$\tilde{F}^1 \times \tilde{F}^2 : E_1 \times E_2 \rightarrow NS(L)$$

$$\tilde{F}^1 \times \tilde{F}^2 (e_1 e_2) = (T_{\tilde{F}^1}(e_1) \times T_{\tilde{F}^2}(e_2), (I_{\tilde{F}^1}(e_1) \times I_{\tilde{F}^2}(e_2),$$

$$(F_{\tilde{F}^1}(e_1) \times F_{\tilde{F}^2}(e_2) )$$

burada hər bir  $(e_1 e_2) \in E_1 \times E_2$  üçün  $F_1(e_1) \times F_2(e_2)$  Tərif 12-nin şərtini ödəyir.

**Teorem 28.** Let  $(\tilde{F}^1, E_1)$  və  $(\tilde{F}^2, E_2)$   $L$  üzərində iki neytr Sofik soft Li altcəbrlərdir, onda  $(\tilde{F}^1, E_1) \times (\tilde{F}^2, E_2)$   $L \times L$  üzərində neytr Sofik soft Li altcəbrdir.

**Teorem 29.** Tutaq ki,  $f: L_1 \rightarrow L_2$  Li cəbrlərinin homomorfizmidir və  $(\tilde{F}, E)$   $L_1$ -in neytr Sofik soft Li altcəbridir, onda  $(\tilde{F}, E)$ -in homomorfik obrazı  $L_2$ -nin neytr Sofik soft Li altcəbridir.

**Teorem 30.**  $g$  Li cəbrinin *Autg* avtomorfizmlər qrupu  $L = (L, p, B)$  təbəqələnməsinin struktur qrupudur<sup>1</sup>.

Burada  $L = (L, p, B)$  təqələnməsi ilə toxunan  $TM$  təbəqələnməsi arasında əlaqəni  $g$  Li cəbri vasitəsiylə verəcəyik.

<sup>1</sup>Гасымов, В.А., Абдуллаев, С.А. О некоторых свойствах группоидов и алгеброидов Ли // -Bakı: Bakı Universitetinin xəbərləri, -2018. №3, -s. 13-19.

Abdullayev, S.E., Nesibova, L.M. Neutrosophic Lie Algebras // International Mathematical Forum, -2019. v.14, №2, -p. 95-106.

Məhz bu əlaqə  $g$  təbəqəsinin aşağıdakı dəqiq ardıcılığa daxil olmasından alınır:

$$0 \rightarrow Zg \rightarrow g \rightarrow g_0 \rightarrow 0.$$

**Teorem 31.** *Aut* $g$  avtomorfizmlər qrupu  $g$ -yə invariant təsir edir.  $Zg$  mərkəzinin  $g_0$ -a təsiri invariantdır.

## NƏTİCƏ

Dissertasiya işi Li cəbroid və qruppoidləri və qeyri səlis modullar kateqoriyasında funktorların xassələrinin tədqiqinə həsr olunubdur. İşdə aşağıdakı nəticələr alınmışdır:

- Soft modullar kateqoriyasında tenzor hasilinin törəmə funktoru daxil edilərək, universal əmsallar haqqında teoremlər isbat edilmişdir.

- Qeyri səlis modullar kateqoriyasında və neytr Sofik soft modullar kateqoriyasında ilk dəfə olaraq, homoloji modulların dəqiq ardıcılığı qurulmuş, bundan istifadə edərək universal əmsallar haqqında teoremlər isbat olunmuşdur.

- Cəbri topologiyanın riyaziyyatda mühüm rolunu nəzərə alaraq, soft topoloji fəzaların homoloji qrupu qurulur və homoloji nəzəriyyənin aksiomlarının ödəndiyi isbat olunur.

- Soft modulların, intuitiv soft modulların, neytr Sofik soft modulların kateqoriyalarında tərs və düz limitin varlıqları göstərilir. Əlavə olaraq tərs limitin törəmə funktoru ilə bağlı araşdırmalar aparılmışdır.

- Neytr Sofik Li, neytr Sofik Li cəbrləri qurularaq, onların əsas xassələri öyrənilmişdir.

### **Dissertasiyanın əsas nəticələri aşağıdakı işlərdə çap olunmuşdur:**

1. Abdullayev, S.E., Bayramov, S.A. Soft modullar kateqoriyasında tərs limitin törəmə funktoru // -Bakı: Bakı Universitetinin xəbərləri, -2018. №1, -s. 24-32.
2. Abdullayev, S.E., Bayramov, S.A. Soft modullar kateqoriyasında universal əmsallar haqqında teoremlər // -Lənkəran: Lənkəran Universitetinin xəbərləri, -2018. №1, -s. 12-18.
3. Гасымов, В.А., Абдуллаев, С.А. О некоторых свойствах группоидов и алгеброидов Ли // -Bakı: Bakı Universitetinin xəbərləri, -2018. №3, -s. 13-19.
4. Abdullayev, S.E., Bayramov, S.A. Inverse system in the category of intuitionistic fuzzy soft modules // Journal of Advances in Mathematics, -2018. v.14. №1, -s. 7893-7904.

5. Abdullayev, S.E. Derivative functor of  $\overleftarrow{\lim}$  functor in the category of neutrosophic soft modules / S.E.Abdullayev, S.A.Bayramov, K.M.Veliyeva // -Baku: Proceedings of the Institute of Mathematics and Mechanics of NASA, -2018. v.44, №2, -s. 267-284.
6. Abdullayev, S.E., Bayramov, S.A. The Universal coefficient theorem in category of fuzzy soft modules // Journal of Advances in Mathematics, -2018. v.14. №2, -p. 7893-7904.
7. Abdullayev, S.E., Nesibova, L.M. Neutrosophic Lie Algebras // International Mathematical Forum, -2019. v.14, №2, -p. 95-106.
8. Abdullayev, S.E. Neytrosifik soft modullarının kateqoriyasında universal əmsal teoremi // -Bakı: Odlar yurdu universitetinin elmi və pedaqoji xəbərləri, -2019. № 52, -s. 30-39
9. Abdullayev, S.E. Bəzi kateqoriyalar düz limitin varlığı haqqında // -Lənkəran: Lənkəran Dövlət universitetinin Elmi xəbərləri, -2019. №2, -s. 6-12.
10. Cigdem, G.A., Abdullayev, S.A. The Cech homology theory in the category of soft topological spaces // -Baku: Transactions of NAS of Azerb., -2020. v. 40, № 1, -p. 1-11.

Sonda elmi rəhbərlərim professor Sədi Andəm oğlu Bayramova və dosent Vaqif Əli-Muxtar oğlu Qasımova məsələnin qoyuluşuna və daimi diqqətinə görə öz dərin təşəkkürümü bildirirəm.

Dissertasiyanın müdafiəsi **11 yanvar 2022-ci il** tarixində **14<sup>00</sup>**-da Bakı Dövlət Universitetində fəaliyyət göstərən BFD 2.17 Birdəfəlik Dissertasiya Şurasının iclasında keçiriləcək.

Ünvan: AZ1148, Bakı şəhəri, Akademik Zahid Xəlilov küçəsi 23.

Dissertasiya işi ilə Bakı Dövlət Universitetinin kitabxanasında tanış olmaq olar.

Dissertasiya və avtoreferatın elektron versiyaları Bakı Dövlət Universitetinin rəsmi internet saytında yerləşdirilmişdir.

Avtoreferat **09 dekabr 2021-ci il** tarixində zəruri ünvanlara göndərilmişdir.

Çapa imzalanıb: 19.10.2021  
Kağızın formatı: 60x84 1/16  
Həcm: 40000  
Tiraj: 100